



PROGETTO RANDIT



Analisi Statistica delle Tolleranze nella Progettazione Meccanica

Agenda degli articoli

- Articolo 1 SCENARIO – Introduzione alla problematica
- Articolo 2 DEFINIZIONI e METODOLOGIE GENERALI e WORST CASE Analysis
- **Articolo 3 METODOLOGIE STATISTICHE- ASPETTI TEORICI e RSS**
- Articolo 4 SIMULAZIONE CON METODO MONTECARLO
- Articolo 5 ANALISI COMPLESSE – CETOL (Concurrent Engineering Tolerance)
- Articolo 6 IMPATTO SULLE FUNZIONI AZIENDALI

Ing. Nicola Lippi
Engineering & Project Management



DEFINIZIONE STATISTICA DELLE TOLLERANZE





DEFINIZIONE STATISTICA DELLE TOLLERANZE MECCANICHE

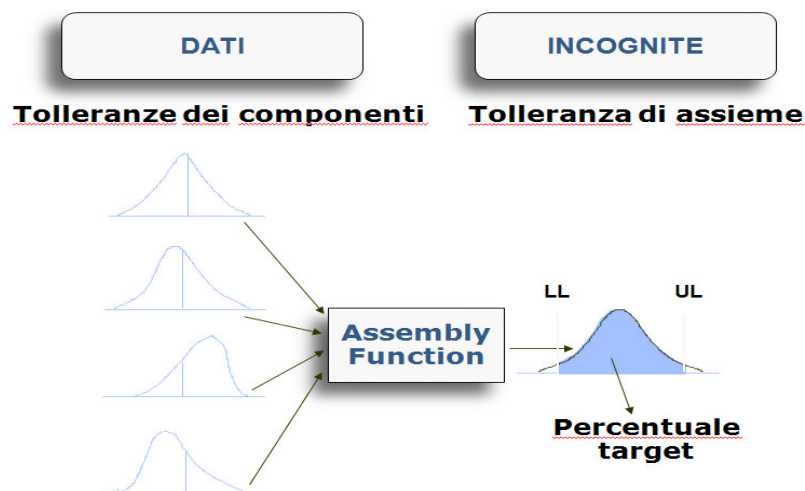
Articolo 3 – Metodologie statistiche, aspetti teorici e RSS

Si è visto come la worst case analysis pur semplice ed efficace, non consente di spingere le ottimizzazioni nella direzione di ridurre i costi, questo perché, non considerando la variabilità dei processi reali, porta ridurre i range di tolleranza costringendoci ad adottare soluzioni produttive costose.

Più in generale i limiti della WORST CASE ANALYSIS sono:

- Non tiene in considerazione che la probabilità che le tolleranze presenti in catena si presentino contemporaneamente al loro massimo o minimo e' praticamente nulla (tanto più la catena è lunga)
- Adatto per componenti prodotti in serie ridotta
- Adatto quando il processo del fornitore è fuori controllo
- Costoso e ridondante specialmente in catene di tolleranze complesse
- Non è una metodologia realistica!
- Si deve utilizzare la worst case analysis quando non può essere fatta alcuna stima della process capability.

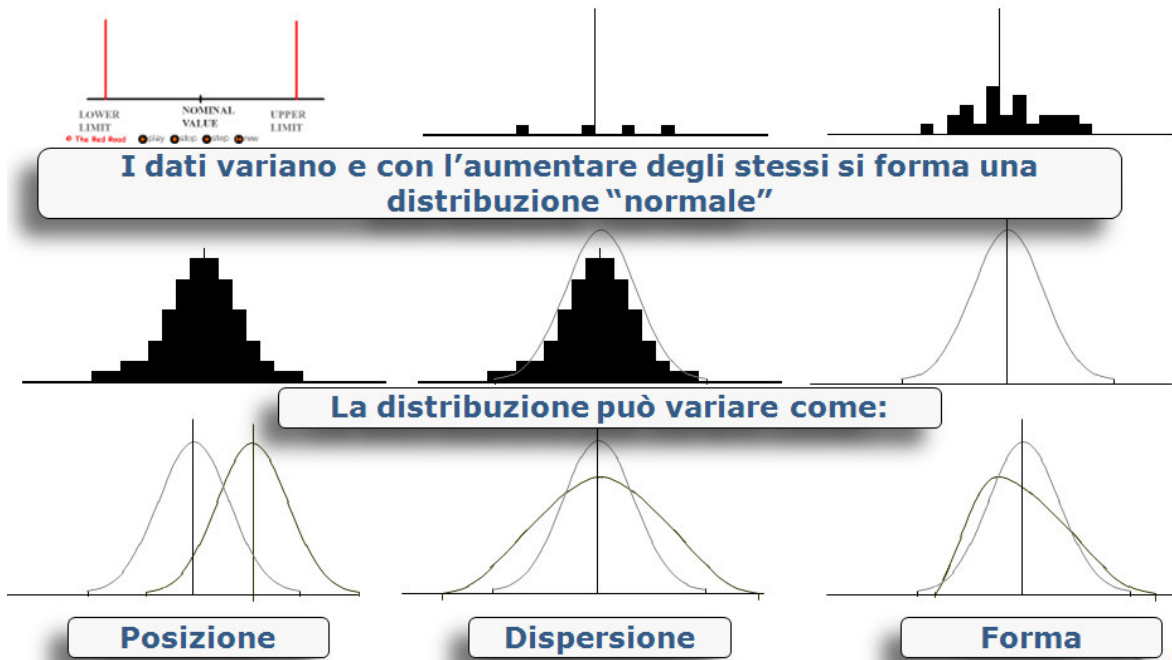
A differenza della Worst case i dati in ingresso sono valori derivanti da considerazioni di tipo statistico così come il risultato non sarà un valore singolo, ma un valore medio, una deviazione standard ed un range di tolleranza all'interno del quale vi sarà una certa percentuale di parti in tolleranza.





Alcuni elementi di statistica di base aiutano a comprendere come “funzionano” questi metodi.

In particolare se si raccolgono i dati relativi ad un qualsiasi processo, ci accorgiamo che questi si dispongono secondo una distribuzione di tipo “normale” la quale è caratterizzata da MEDIA (informazione sulla posizione) e DEVIAZIONE STANDARD (informazione sulla dispersione dei dati).



Distribuzione normale

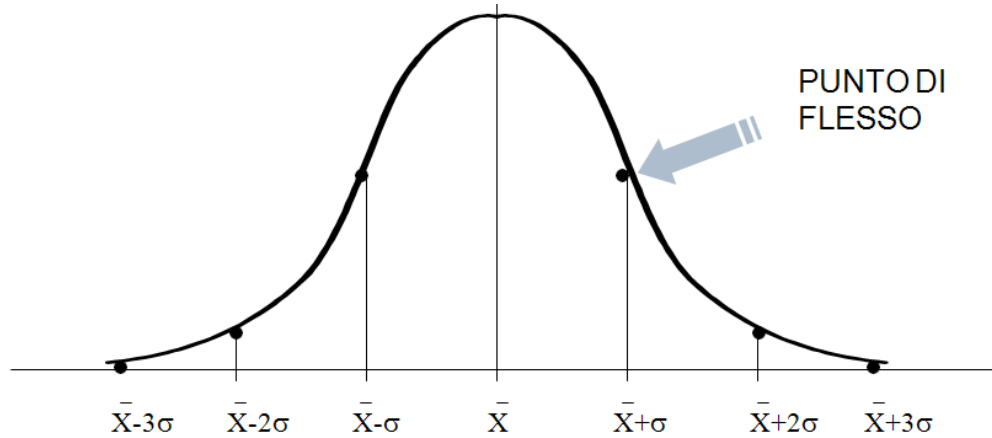
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2}$$

Media $\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Deviazione standard $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}}$

Media e deviazione standard hanno un significato in termini reali ci forniscono una informazione percentuale sulle eventuali parti all'interno di un range +/- Sigma.



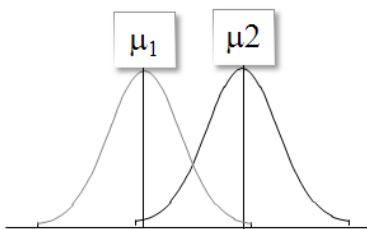


MEDIA \pm s comprende piu' del 68,3% dei valori

MEDIA \pm 2s comprende piu' del 95,4% dei valori

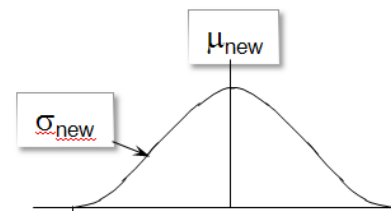
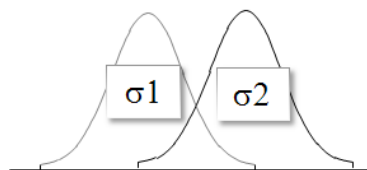
MEDIA \pm 3s comprende piu' del 99,7% dei valori

Le popolazioni interagiscono tra loro (immaginiamo di sommare due quote in una catena di tolleranze) con le regole della statistica, in particolare, le medie si sommano algebricamente, mentre le deviazioni standard, sia nel caso di addizione che di sottrazione, si sommano con il loro quadrato. Questo concetto è alla base del metodo statistico più semplice, la RSS o ROOT SUM OF SQUARE.



Somma delle medie

$$\mu_1 + \mu_2 = \mu_{\text{new}}$$



Somma delle variazioni

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma_{\text{new}}^2$$





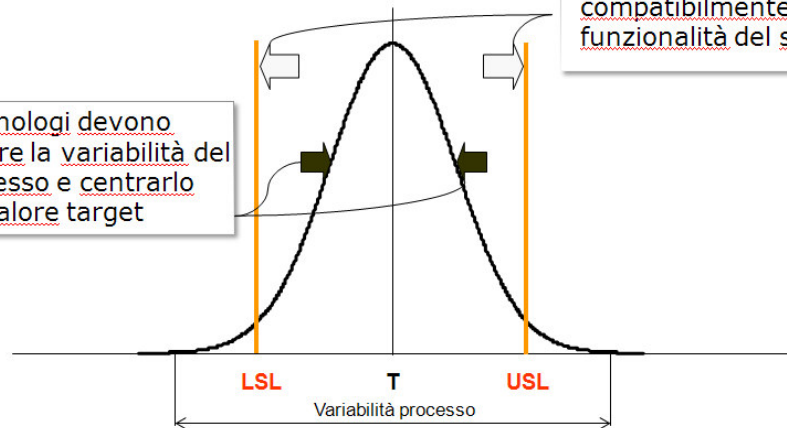
Si introduce la definizione di Cp il principale indice di capability che è anche considerato il concurrent Engineering index proprio perché nella sua definizione sono contenuti sia il contributo della engineering (espressi come limiti inferiore e superiore di tolleranza) che i limiti tecnologici, espressi in termini di deviazione standard.

$$C_p = \frac{\text{Spec Width}}{\text{Mfg Capability}} = \frac{USL - LSL}{\pm 3\sigma}$$

“Concurrent Engineering Index”
Design / Manufacturing

I Progettisti devono allargare le tolleranze compatibilmente con la funzionalità del sistema

I tecnologi devono ridurre la variabilità del processo e centrarlo sul valore target



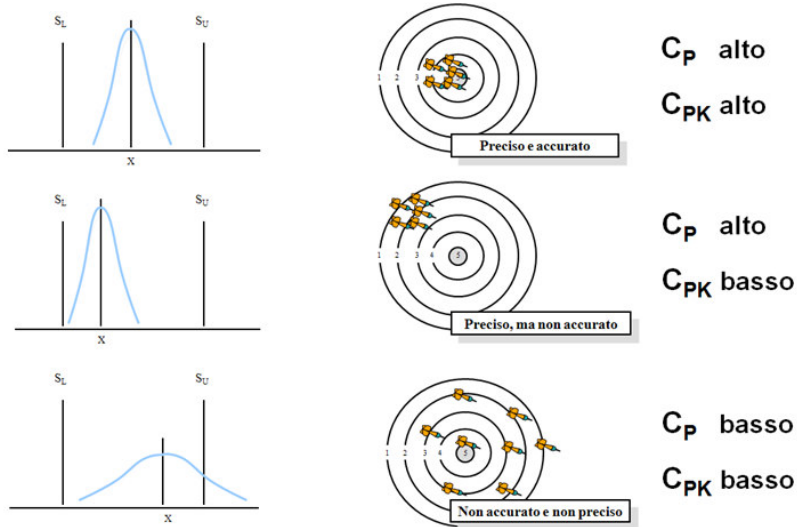
L'indice Cp è un confronto tra le specifiche e la process capability e quindi non garantisce la centratura del processo rispetto al valore nominale. A tale scopo si calcola l'indice Cpk come il minore tra:

$$C_{pk} = \pm \left| \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right| \text{ oppure } \pm \left| \frac{USL - \mu}{3\sigma} \right|$$





La differenza tra **cp** e **cpk** è esprimibile con il seguente grafico



C_p indica la precisione di un parametro rispetto al valore target

C_{pk} indica l'accuratezza del parametro rispetto al valore target

RSS - ROOT SUM SQUARE

Si utilizza il metodo RSS Root Sum of Square quando:

- I dati di processo reali sono raccolti
- Abbiamo quantità di parti significative e/o la catena di tolleranze comprende almeno 4 quote
- I valori si distribuiscono secondo una normale
- La funzione di trasferimento e' lineare
- Le dimensioni sono indipendenti tra loro
- L'eventuale assemblaggio di parti avviene in modo casuale (no classi ecc)

Il metodo RSS ROOT SUM of SQUARE si basa sulla considerazione che

$$\sigma_{RSS}^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2 = \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \dots + \sigma_{X_n}^2$$





Da cui si dimostra

$$t_{RSS} = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_{X_i}^2 t_{X_i}^2} = \sqrt{a_{X_1}^2 t_{X_1}^2 + a_{X_2}^2 t_{X_2}^2 + \dots + a_{X_n}^2 t_{X_n}^2}$$

Dove **a** è il coefficiente della singola quota che ne indica il segno ed eventuali coefficienti moltiplicativi (vedi articolo 2) ed assumendo che capability identiche per tutte le quote e per il risultato, ad esempio **Cp = 1**. Questa assunzione ci consente di lavorare direttamente con le tolleranze e non con le deviazioni standard ma implica l'adozione di valori standard per tutte le quote. Ne deriva che nella sua versione semplificata la RSS è un primo metodo di indagine quando non si conoscono i valori reali di distribuzione si possono solo ipotizzare. Mentre con la formulazione più ampia, la prima riportata, è possibile variare, tolleranze, deviazioni standard, e conseguenti valori di Cp.

I limiti di questo metodo sono:

- Il metodo RSS non considera eventuali screening sulle parti fuori tolleranza
- Le parti devono essere assemblate in maniera casuale
- Le tolleranze devono essere rappresentabili mediante una normale centrata sul valore medio
- Si deve assumere una capability uguale per tutte le dimensioni della catena di tolleranze (nella versione semplificata)
- Tutte le dimensioni devono essere tra loro indipendenti

Possiamo ora confrontare questo metodo con la worst case analysis:

	WORST CASE	RSS Semplificata	RSS
Rischio di difettosità	+ Bassa	+ Alta	+ Alta
Costi	Molto Elevati	Ridotti in base alle ipotesi di proc. Cap.	I più bassi ottenibili per una determinata analisi
Ipotesi su process capability	nessuna	I processi sono caratterizzati da distribuzioni normali con la media corrispondente ai valori nominali	I processi sono caratterizzati da distribuzioni normali con la media corrispondente ai valori nominali
Ipotesi sulle tolleranze a disegno	Le dimensioni fuori dal range di tolleranza causano lo scarto della parte	Le tolleranze sono identificate sulla base delle process cap. ipotizzate. Solitamente il range di tolleranza è assunto pari +/- 3 Sigma	Le tolleranze sono identificate sulla base delle process cap. reali
Ipotesi sulle tolleranze attese	100% delle parti sono all'interno del range teorico	Il risultato è sempre una distribuzione normale con una percentuale di difettosità dipendente dalla Process capability ipotizzata Per tutte le tolleranze	Il risultato è sempre una distribuzione normale con una percentuale di difettosità dipendente dalle singole process capability ipotizzate

Ref. Randit – Ing. Giorgio Nava

