



# PROGETTO RANDIT



## Analisi Statistica delle Tolleranze nella Progettazione Meccanica

### Agenda degli articoli

- Articolo 1 SCENARIO – Introduzione alla problematica
- Articolo 2 DEFINIZIONI e METODOLOGIE GENERALI e WORST CASE Analysis
- Articolo 3 METODOLOGIE STATISTICHE- ASPETTI TEORICI e RSS
- Articolo 4 SIMULAZIONE CON METODO MONTECARLO
- Articolo 5 ANALISI COMPLESSE – CETOL (Concurrent Engineering Tolerance)
- Articolo 6 IMPATTO SULLE FUNZIONI AZIENDALI

**Ing. Nicola Lippi**  
**Engineering & Project Management**



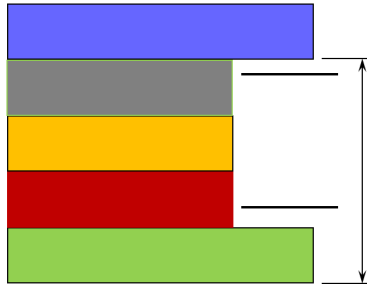
**DEFINIZIONE STATISTICA  
DELLE TOLLERANZE**



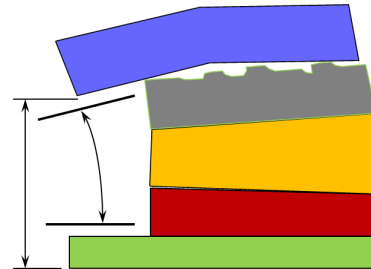
## DEFINIZIONE STATISTICA DELLE TOLLERANZE MECCANICHE

### Articolo 2 – Definizioni, Metodologie generali e WorstCase Analysis

#### CONDIZIONI NOMINALI

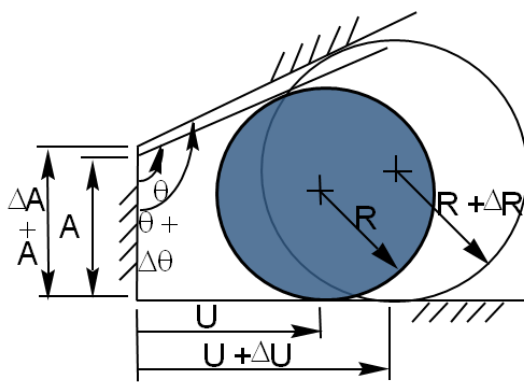


#### CONDIZIONI REALI

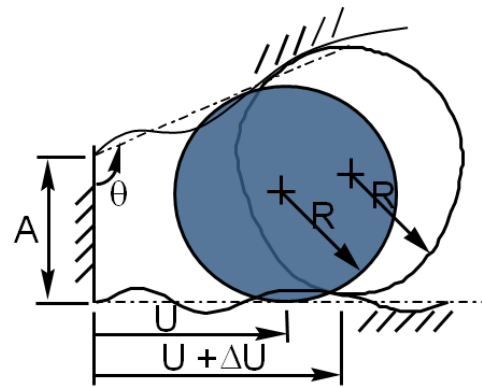


Le variazioni nelle caratteristiche dimensionali e geometriche dell'assieme sono causate dall'accumulo dei contributi delle parti che lo compongono sotto forma di:

- Variazioni gemetriche
- Variazioni dimensionali
- Variazioni cinematiche

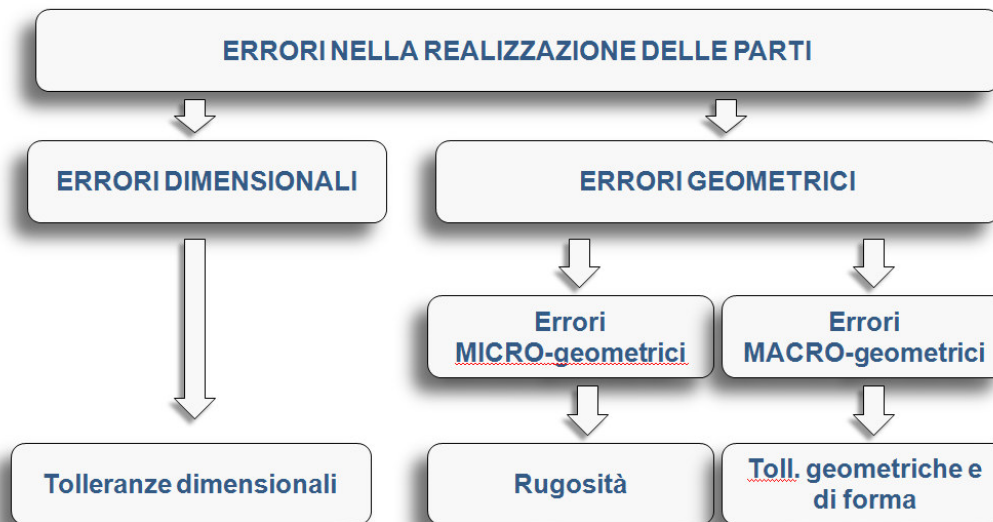


#### DIMENSIONALI E CINEMATICHE



#### GEOMETRICHE

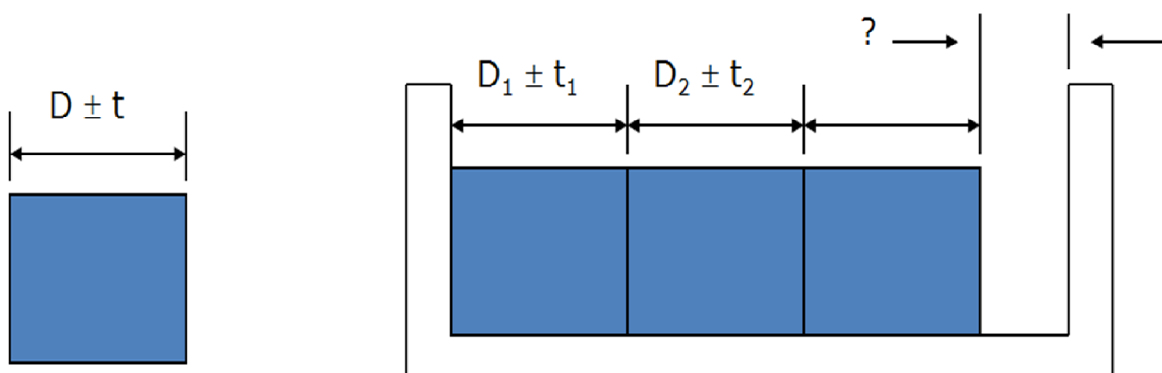
Le sorgenti di variazione sono rappresentate e gestite a disegno mediante le tolleranze, altro non sono che la trasposizione degli errori nella realizzazione delle parti: essi sono suddivisi in errori dimensionali e geometrici, a loro volta gli errori di tipo geometrico si suddividono in micro e macro. Gli errori dimensionali sono rappresentati mediante le tolleranze dimensionali, i micro errori geometrici dalle rugosità superficiale e gli errori macrogeometrici sono rappresentati dalle tolleranze appunto geometriche e di forma.



Le principali cause di dispersione nell'intorno di un valore dovute al processo sono attribuibili a: variazioni "cinematiche" nel processo di assemblaggio, variazioni nel processo di assemblaggio indotte dalle tecnologie impiegate (Saldature, brasature ecc), limiti propri del processo utilizzato (fonderia..), usura degli utensili, variazioni nel processo di misura, errore dell'operatore, scarsa manutenzione dei macchinari, ripetibilità dei fissaggi a bordo macchina e loro deformazioni, deformazioni dei macchinari in funzionamento, condizioni ambientali che influenzano i processi. Altre cause invece possono essere attribuibili a condizioni di funzionamento e di utilizzo quali: deformazioni strutturali, deformazioni termiche, usura, corrosione

Tutte queste variazioni negli assiemi meccanici intervengono modificando il risultato dimensionale sulla base delle tolleranze ammesse. Per governare il risultato dimensionale dei nostri assiemi si conducono delle analisi delle tolleranze.

Si conduce un'analisi delle tolleranze per prevedere l'accumulazione delle dimensioni in un assemblaggio meccanico, Si ricorre ad una verifica delle tolleranze quando la caratteristica in esame è la somma di più componenti indipendenti tra loro e più in generale la si vuol confrontare con un valore target.



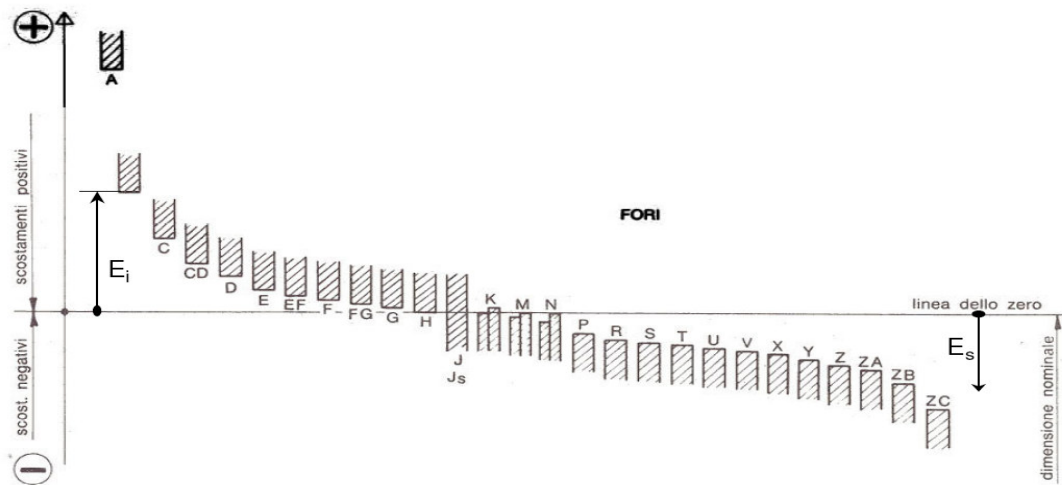


I metodi più comuni sono:

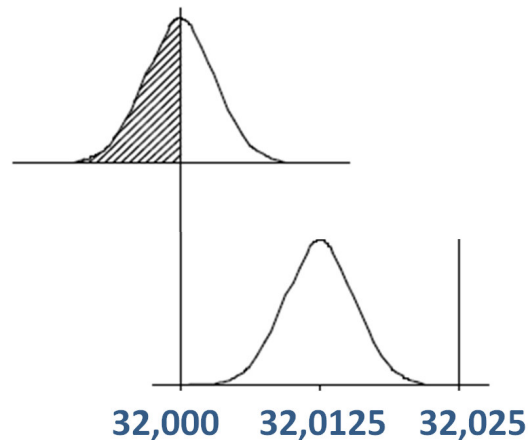
- WORST CASE ANALYSIS - La più semplice e comunemente utilizzata negli uffici tecnici.
- RSS - ROOT SUM of SQUARE - Il metodo di derivazione statistica più semplice
- MONTECARLO - Il più completo, richiede l'ausilio di strumenti di calcolo più complessi
- METHOD OF SYSTEM MOMENTS (MSM)- Basato su serie di Taylor, poco accessibile senza adeguate basi matematiche – **Utilizzato da CETOL** (SixSigma Concurrent Engineering Tolerance Analysis.)

In linea generale quale che sia il metodo utilizzato, si deve procedere per passi ben definiti e comuni tra i diversi metodi.

Uno dei primi passi da compiere è quello di rendere le quote "bilaterali" o simmetriche, questo perché esistono diversi modi per rappresentare la stessa quota e la relativa tolleranza. Per il progettista è indifferente quale modalità utilizzare, spesso si utilizzano le convenzioni ISO da cui poi dipendono scelte di utensili accoppiamenti ecc.



Il sistema ISO può indurre in errori nel corso di un'analisi delle tolleranze, spesso, infatti, il valore nominale indicato sulla quota non coincide (salvo alcune eccezioni) con il valore medio.





Se ci si immedesima nell'ingegnere di processo, questo non potrà posizionare la sua generica lavorazione sul valore nominale espresso dalla quota ISO, la cosa potrebbe indurlo a commettere un grave errore, producendo, di fatto, come nel caso delle quote tipo H, il 50% di scarto delle lavorazioni. Egli conosce la distribuzione normale dei suoi processi, cioè il grado di dispersione dei valori ottenibili con un determinato impianto o macchinario. Per questo deve centrare la sua "campana" non sul valore nominale (che può essere un estremo) ma sul valore medio reale per eliminare le non conformità.

Ad esempio (in figura) un 32 H7 dovrà essere in realtà espresso come 32,0125+/-0,0125.

Quindi sia per rappresentare al meglio la reale situazione produttiva, sia per semplificare i calcoli ed in seguito le tecniche statistiche è necessario rendere le tolleranze "BILATERALI" o "SIMMETRICHE".

In linea generale il calcolo di del valore nominale della dimensione sottoposta a verifica può essere scritto come:

$$d_g = \sum_{i=1}^n a_i d_i$$

$d_g$  = valore nominale della dimensione sottoposta a verifica

$n$  = numero di dimensioni variabili nella catena di tolleranze

$d_i$  = valore medio della "iesima" dimensione

$a_i$  = sensitivity factor che definisce direzione e "amplificazione".

*Esempio: in una catena di tolleranze dobbiamo inserire un diametro ma è solo quotato e tollerato il suo raggio =>  $a = 2$*

*Il calcolo del valore nominale vale per tutte le metodologie, quindi è uno dei primi passi da compiere. Successivamente si deve scegliere che tipo di metodo, appunto utilizzare.*

La scelta del metodo di calcolo è influenzato da diversi fattori.

- **Quantità prodotte** – produzioni su commessa, prototipi o comunque ogni qual volta non vi sia una significatività statistica dei processi si deve adottare il metodo worst case.
- **Numero di dimensioni coinvolte nella catena di tolleranza** – catene di tolleranza composta da meno di 4 quote riducono di molto le combinazioni e le probabilità che dal risultato finale si possano cogliere i vantaggi derivanti dai metodi statistici.
- **Disponibilità di dati sul processo** – Se non disponiamo di dati statistici di processo non si può fare altro che adottare un metodo statistico.
- **Complessità del problema e strumenti disponibili** – Qualora la complessità del problema in esame sia tale da non consentire un'analisi con strumenti di calcolo comuni è



bene avvalersi di software specifici. In caso contrario sui risultati potrebbero non esserci sufficiente confidenza.

In base alla metodologia scelta si procede al calcolo della variazione della quota di assieme, consiste nel calcolo del campo di tolleranza atteso (+-t) per il valor medio della quota di assieme (gap). Per tutti i metodi, un passaggio obbligato e gratuito è il calcolo “worst case”. Questo consente di decidere in un secondo momento se proseguire con metodi statistici l’analisi. In pratica si confronta il valore di “t” ottenuto ed il relativo range con il target

In ultimo si procede con l’ottimizzazione, che, una volta calcolato in valore della quota di assieme, consiste nel modificare le singole dimensioni della catena di tolleranza per raggiungere gli obbiettivi preposti sulla base di:

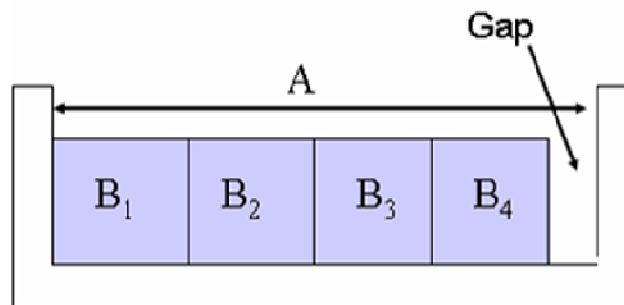
- **Funzionalità** - Non devo compromettere le prestazioni
- **Costi** - Ampliamento quanto più possibile delle tolleranze
- **Capability del processo produttivo** - Apportiamo modifiche il cui impatto sul processo utilizzato sia stato verificato e quindi sostenibile.

Tra tutti i metodi conosciuti, la WORST CASE ANALYSIS è la metodologia più comune. Si utilizza per stabilire, per una data dimensione o caratteristica, i valori di massimo e minimo derivanti da una catena di tolleranze

$$\text{Gap nominale} = A - (B_1 + B_2 + B_3 + B_4)$$

$$\text{Gap massimo} = A_{\max} - (B_{1\min} + B_{2\min} + B_{3\min} + B_{4\min})$$

$$\text{Gap minimo} = A_{\min} - (B_{1\max} + B_{2\max} + B_{3\max} + B_{4\max})$$



Il valore della tolleranza (bilaterale) dell’intera catena si può scrivere come

$$t_{wc} = \sum_{i=1}^n |a_i t_i|$$

$t_{wc}$  = massima variazione della dimensione analizzata.



$n$  = numero di dimensioni variabili nella catena di tolleranze

$t_i$  = valore della tolleranza della "iesima" dimensione

$a_i$  = sensitivity factor che definisce direzione e "amplificazione".

I valori massimi e minimi si possono quindi esprimere come

$$\min gap = d_g - t_{wc}$$

$$\max gap = d_g + t_{wc}$$

Questo metodo non tiene in considerazione che la probabilità che le tolleranze presenti in catena si presentino contemporaneamente al loro massimo o minimo e' praticamente nulla (tanto più la catena e' lunga).

E' quindi adatto per componenti prodotti in serie ridotta, quando il processo del fornitore e' fuori controllo. E' un metodo costoso e ridondante specialmente in catene di tolleranze complesse.

Si deve utilizzare la worst case analysis quando non può essere fatta alcuna stima della process capability.

Ing. Nicola Lippi



Alcune definizioni e concetti base:

### **WorstCase Analysis, o Analisi del Caso o Situazione pessima**

Contrariamente a quello che si può pensare, la definizione di Caso Pessimo non è così semplice come potrebbe sembrare di primo acchito.

La definizione di Caso pessimo e di Caso Medio hanno alcune affinità e richiedono l'utilizzo di strumenti di calcolo corretti ed appropriati. Non sempre ci si può riferire ad una formula matematica, così pure come non sempre i dati di ingresso sono disponibili. E' necessario comunque definire un modello per il calcolo.

Spesso le variabili in gioco sono tante, e quindi non è possibile definire un modello univoco, per cui ci si ritrova ad analizzare un modello approssimato e quindi ottenere uno scenario dove il risultato viene inteso come "valore pessimo", anche se in effetti è il risultato solo di una certa condizione.

Esiste quindi un metodo che tende a valutare il livello minimo accettabile (Safe Analysis) dove il caso pessimo non è mai sotto- valutato, piuttosto che definire uno scenario pessimistico, in cui fare le valutazioni ed i calcoli del "Caso pessimo o WorstCase" appunto.

Lo stesso si potrebbe fare creando uno scenario ottimistico, che porta ad un "Caso pessimo o WorstCase" diverso

Per quanto riguarda l'ambiente dell'Analisi delle Tolleranze Meccaniche, siano esse di lavorazione, funzionali o di montaggio, l'analisi del caso pessimo riporta solitamente a fare una valutazione dei valori limite di tolleranza, non tenendo conto delle quote contributive dei vari elementi che compongono la catena di tolleranza, e peggio ancora delle sensitività e dei versi di comportamento della tolleranza, ottenendo spesso non di creare una soluzione ottimale del processo di fabbricazione, ma soltanto un aumento dei costi.

### **RSS – Root Sum of Squares e RMS - Root Mean Square**

Letteralmente RSS è la Radice della Somma dei Quadrati dei valori di tolleranza, ovvero:

$$RSS = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + \dots}$$

In meccanica esistono due percorsi per costruire un modello per il calcolo e l'analisi delle tolleranze: uno è l'RSS e l'altro, derivato, è l'RMS, o Root Mean Square, ovvero il valore medio:

$$RMS = \sqrt{\frac{(A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + \dots)}{N}}$$

Nel caso di verifica finale, questo valore si intende per misure prese in ordine casuale, e per catene montate (assiemi) in ordine non predefinito. A,B,C,D,... sono i valori di tolleranza assegnati ai vari segmenti di un assieme.

L'RMS viene solitamente utilizzato per lo studio delle tolleranze in un assieme costituito da poche parti (es. pompe, valvole, innesti ecc..), anche in connessione a problematiche legate a lavorazioni successive (rugosità, spessori ecc...).



Solitamente il valore di rugosità effettivo su un pezzo lavorato, viene inteso approssimativamente uguale all'RMS, dove i componenti sotto radice sono i quadrati dei valori rilevati in termini di cresta o profondità sulla superficie lavorata (irregolarità misurate in riferimento alla superficie ideale che fa da riferimento ZERO per il micrometro).

Quando si affronta un problema legato alle tolleranze, siano esse di lavorazione o di montaggio, uno può scegliere tra il metodo basato sul Caso Pessimo (Worst Case Analysis), piuttosto che sulle Tolleranze Statistiche (Statistica Tolerance Analysis). Entrambi i metodi hanno una serie di vantaggi e/o di svantaggi. Se si usa il Caso Pessimo tutte le tolleranze devono essere specificate come caso pessimo, se si usa il Caso Statistico tutte le tolleranze devono essere specificate come caso statistico. In realtà il comportamento di certi valori d'ingresso possono essere meglio descritti dal caso pessimo, mentre per altri potrebbe valere il metodo statistico, piuttosto che altri ancora non sono descritti bene né dall'uno né dall'altro.

La combinazione differenziata dei metodi viene definito come metodo delle tolleranze di processo, o metodo unificato di analisi delle tolleranze.

Riferimenti: <http://www.variation.com/techlib/ta-2full.html>



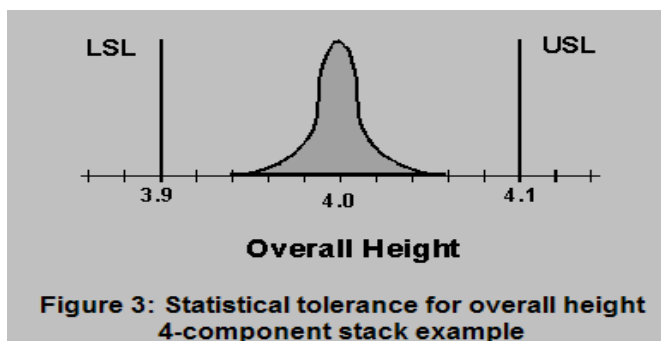
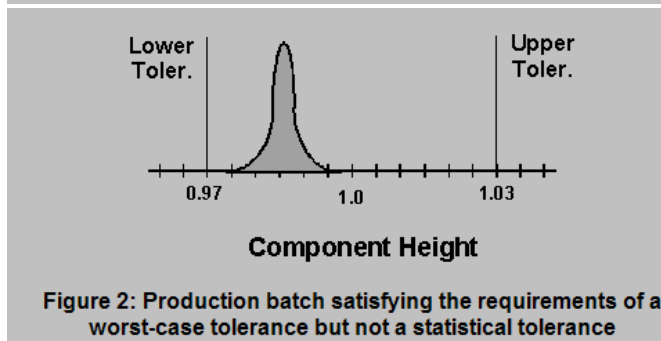
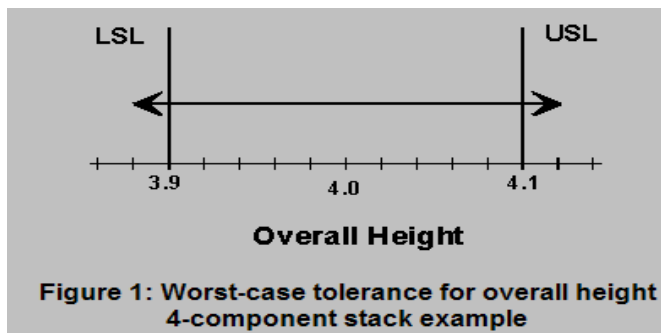
## Tolleranze Statistiche

L'analisi statistica delle Tolleranze è identificata da due entità fondamentali:

- L'obiettivo o TARGET,  $T_x$
- Deviazione massima standard  $\sigma_x$

Più comunemente le due entità sono legate  $T_x \pm \Delta_x \text{ST}$ , dove  $\text{ST}$  si intende  $\Delta_x = 3 \sigma_x$ . Tuttavia questa relazione non è determinata come standard e quindi l'accezione normale intende in ambiente SixSigma  $\Delta_x = 6 \sigma_x$ .

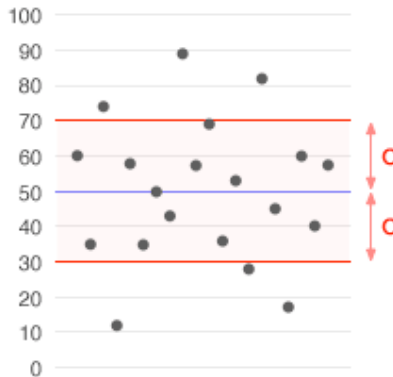
Il Metodo statistico è più restrittivo, in quanto intende che il processo sia centrato (vedi le figure successive).





## Deviazione Standard

La **deviazione standard** o **scarto quadratico medio** (in inglese: *standard deviation*) è un [indice di dispersione](#) (vale a dire una misura di variabilità di una popolazione o di una [variabile casuale](#)) derivato direttamente dalla [varianza](#), ha la stessa unità di misura dei valori osservati (mentre la varianza ha come unità di misura il quadrato dell'unità di misura dei valori di riferimento). La deviazione standard misura la dispersione dei dati intorno al valore atteso.



Un data set con una media di 50 (in blu) e una deviazione standard ( $\sigma$ ) di 20.

Il termine "deviazione standard" è stato introdotto in [statistica](#) assieme alla lettera greca  $\sigma$  (sigma) che lo rappresenta.

Se non indicato diversamente, è semplicemente la radice quadrata della [varianza](#), la quale viene coerentemente rappresentata con il quadrato di sigma ( $\sigma^2$ ).

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{dove} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{è la } \text{media aritmetica}$$

Formalmente lo scarto quadratico medio di una variabile casuale può essere calcolato a partire dalla [funzione generatrice dei momenti](#) (radice quadrata della differenza tra il momento secondo ed il momento primo elevato al quadrato).

A partire dalla deviazione standard si definisce anche la **deviazione standard relativa** o **dispersione** come il rapporto tra  $\sigma_x$  e la media aritmetica dei valori:

$$\text{RSD} = \sigma_r = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

Questo nuovo parametro (spesso usato in forma percentuale, cioè come  $\% \text{RSD} = \sigma_r = 100\sigma_r$ ) consente di effettuare paragoni tra deviazioni di dati di tipo diverso, indipendentemente dalle loro quantità assolute.

Esistono argomenti teorici, soprattutto nell'ambito della [stima](#) ovvero nell'ambito della [statistica inferenziale](#), dove è noto solo un campione della popolazione, per rimpiazzare il fattore  $1/n$  con  $1/(n-1)$  nella definizione, ottenendo come nuova definizione:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$



Sostanzialmente, poiché non è nota la media dell'intera popolazione, ma solo una sua stima (la media del campione), bisogna utilizzare  $n - 1$  per ottenere uno [stimatore corretto](#).

Questa correzione al denominatore fa sì che la nuova definizione sia un po' più grande della precedente, correggendo così la tendenza della precedente a sottostimare le incertezze soprattutto nel caso in cui si lavori con pochi dati ( $n$  piccolo).

Osserviamo il caso limite di  $n = 1$ , cioè quando effettuiamo una sola misura: la prima definizione dà il risultato, sensato nell'ambito della [statistica descrittiva](#) ma non molto ragionevole nell'ambito della inferenziale,  $\sigma = 0$ , mentre la nuova dà un risultato non definito del tipo  $0 / 0$ , rispecchiando così la totale ignoranza inerente all'incertezza su una singola misura. In questo senso, si dice che la statistica non dice nulla sul singolo caso.

Peraltro la differenza tra le due definizioni è quasi sempre numericamente insignificante: già nel caso di dieci misure la differenza tra  $\sigma = 0.316$  e  $\sigma = 0.301$  è insignificante per la maggior parte degli scopi.

(da [http://it.wikipedia.org/wiki/Deviazione\\_standard](http://it.wikipedia.org/wiki/Deviazione_standard) )

Randit – Ing. Giorgio Nava